МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

РГП ПХВ «Евразийский национальный университет им.Л.Н. Гумилева»

Кафедра Алгебры жәнe геометрии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
РГП ПХВ «Евразийский
национальный университет имени
Л.Н. Гумилева»

А. Молдажанова

« ____ » ____ 2016 ж.

ПРОГРАММА

вступительных экзаменов для приема в магистратуру по специальности 6M010900 - Математика

Утверждена на заседании кафедры Алгебры и геометрии.

Протокол № 12 от «15» июня 2016 г.

И.о. заведующего кафедрой Д. Козыбаев

Декан факультета Н. Джайчибеков

Астана, 2016 г.

Математический анализ

1. Полнота: супремум и инфимум числового множества. Принцип вложенных отрезков. Иррациональность числа $\sqrt{2}$.
2. Теорема о существовании предела монотонной последовательности. Число e .
3. Эквивалентность определений предела функции в точке на языке $\varepsilon - \delta$ и на языке последовательностей. Два замечательных предела.
4. Непрерывность функции одной переменной в точке, точки разрыва и их классификации. Свойства функции, непрерывной на отрезке.
5. Теоремы Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значениях непрерывной функции, заданной на сегменте.
6. Равномерность непрерывности. Теорема Кантора.
7. Понятие производной и дифференцируемости функции одной переменной, дифференцирование сложной функции.
8. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной.
9. Исследование функции с помощью производных (монотонность, экстремумы, выпуклость и точки перегиба, асимптоты).
10. Параметрически заданные функции и их дифференцирование.
11. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
12. Правило Лопиталя.
13. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
14. Локальная формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора.
15. Критерий интегрируемости функции по Риману. Классы интегрируемых функций.
16. Теорема о существовании первообразной у каждой непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
17. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных дробей.
18. Методы приближенного вычисления определенных интегралов: методы прямоугольников, трапеций, парабол.
19. Определенный интеграл с переменным верхним пределом; теоремы о среднем значении.
20. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры, объем тела в пространстве.
21. Степенные ряды; разложение функций в степенной ряд.
22. Несобственные интегралы I и II рода. Признаки сходимости.
23. Простейшие условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье.
24. Достаточные условия дифференцируемости в точке функции многих переменных.
25. Определение, существование, непрерывность и дифференцируемость неявной функции.
26. Необходимое условие условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.
27. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда.
28. Признак Коши сходимости положительных рядов
29. Признак Даламбера сходимости положительных рядов
30. Теорема Лейбница о сходимости знакочередующегося ряда.
31. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных рядов.
32. Достаточные условия непрерывности, интегрируемости и дифференцируемости суммы функционального ряда.
33. Структура множества сходимости произвольного функционального ряда. Формула Коши-Адамара и структура множества сходимости степенного ряда.

34. Кратный интеграл Римана, его существование.
35. Сведение кратного интеграла к повторному.

Список литературы

1. Карташев, А.П. Математический анализ: учебное пособие.- 2-е изд., стереотип.- СПб.: Лань, 2007.- 448 с.
2. Киркинский, А.С. Математический анализ: учебное пособие для вузов.- М.: Академический Проект, 2006.- 526 с.
3. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1, 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ: учебник для студентов вузов .- Изд. 3-е, перераб.- Москва: Физматлит, 2003.- 424 с.
4. Математический анализ. Т. 1,2: / под ред. В.А.Садовничего.- М.: НИЦ "РХД", 2004.
5. Никольский, С.М. Курс математического анализа. Т. 1, 2.- Изд. 4-е, перераб. и доп.- Москва: Наука, 1991.- 543 с.
6. Ильин, В.А. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. - Изд. 4-е, перераб. и доп.- Москва: Наука, 1982.- 616 с.

Дифференциальные уравнения

.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка
3. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка от параметров и от начальных данных.
4. Теорема о дифференцируемости решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка по параметрам и по начальным данным.
5. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ). Общие свойства. Однородное ОДУ. Фундаментальная система решений. Вронскиан. Формула Лиувилля. Общее решение однородного ОДУ.
6. Неоднородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения. Общее решение. Метод Лагранжа вариации постоянных.
7. Однородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Построение фундаментальной системы решений.
8. Неоднородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с неоднородностью в виде квазимногочлена (нерезонансный и резонансный случаи).
9. Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Фундаментальная система решений и фундаментальная матрица. Вронскиан. Формула Лиувилля. Структура общего решения однородной системы ОДУ.
10. Неоднородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа вариации постоянных.
11. Однородная система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение фундаментальной системы решений.
12. Неоднородная система обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с неоднородностью в виде матрицы с элементами квазимногочленов (нерезонансный и резонансный случаи).
13. Постановка краевых задач для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Специальные функции краевых задач и их явные представления. Функция Грина и ее явные представления. Интегральное представление

решения краевой задачи. Теорема существования и единственности решения краевой задачи.

14. Автономные системы. Свойства решений. Особые точки линейной автономной системы двух уравнений. Устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову. Устойчивость однородной системы линейных дифференциальных уравнений с переменной матрицей.

15. Устойчивость по первому приближению системы нелинейных дифференциальных уравнений. Второй метод Ляпунова.

Список литературы

1. Самойленко, А.М. Дифференциальные уравнения: практический курс: учебное пособие для студентов вузов.- Изд. 3-е, перераб.- Москва: Высшая школа, 2006.- 382 с.
2. Агафонов, С.А. Дифференциальные уравнения: учебник.- 4-е изд., испр.- М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2006.- 352 с.
3. Егоров, А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями- Изд. 2-е, испр.- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005.- 384 с.
4. Понтрягин, Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.- Изд. 6-е.- Москва; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001.- 396 с.
5. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения: учебник для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика".- Изд. 4-е, стер.- Москва: Физматлит, 2002.- 253 с.
6. Филипс, Г. Дифференциальные уравнения: перевод с английского / Г. Филипс; под редакцией А.Я. Хинчина.- 4-е изд., стер.- Москва: КомКнига, 2005.- 104 с.

Алгебра и теория чисел

1. Определение группы, кольца и поля. Примеры. Построение поля комплексных чисел. Возведение в степень комлексных чисел. Извлечение корня из комлексных чисел.
2. Алгебра матриц. Виды матриц. Операции над матрицами и их свойства.
3. Определители матриц. Определение и основные свойства определителей. Обратные матрицы.
4. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Исследование СЛАУ. Метод Гаусса. Правило Крамера.
5. Кольцо многочленов от одной переменной. Теорема о делении с остатком. НОД двух многочленов.
6. Корни и кратные корни многочлена. Основная теорема алгебры (без доказательства).
7. Линейные пространства. Примеры. Базис и размерность линейных пространств. Матрица перехода от одного базиса ко второму базису.
8. Подпространства. Операции над подпространствами. Прямая сумма подпространств. Критерии прямой суммы подпространств.
9. Ранг матрицы. Совместность СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.
10. Евклидово и унитарное пространства. Метрические понятия в евклидовых и унитарных пространствах. Неравенство Коши-Буняковского.
11. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации. Ортонормированные базисы.
12. Подпространства унитарного и евклидова пространств. Ортогональное дополнение.
13. Линейные операторы в линейных пространствах и операции над ними. Матрица линейного оператора. Матрицы линейного оператора в различных базисах.

14. Образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора. Размерность ядра и образа.
15. Инвариантные подпространства линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
16. Критерий диагонализируемости линейного оператора. Теорема Гамильтона-Кэли.
17. Жорданов базис и жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора.
18. Линейные операторы в евклидовых и унитарных пространствах. Сопряженные, нормальные операторы и их простые свойства.
19. Квадратичные формы. Канонический и нормальный вид квадратичных форм.
20. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
21. Отношение делимости в кольце целых чисел. Теорема о делении с остатком. НОД и НОК целых чисел.
22. Непрерывные (цепные) дроби. Подходящие дроби.
23. Простые числа. Решето Эратосфена. Теорема о бесконечности простых чисел. Разложение числа на простые множители
24. Функция Антье. Мультипликативная функция. Функция Мебиуса. Функция Эйлера.
25. Сравнения. Основные свойства. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.
26. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Система сравнений первой степени. Китайская теорема об остатках.
27. Сравнения любой степени по составному модулю.
28. Сравнения второй степени. Символ Лежандра.
29. Первообразные корни.
30. Индексы. Применение индексов к решению сравнений.

Список литературы

1. Курош, А.Г. Лекции по общей алгебре: учебник / А.Г. Курош.- 2-е изд., стер.- СПб.: Изд-во "Лань", 2007.- 560 с.
2. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра: учебное пособие / Гаррет Биркгоф, Томас К. Барти; перевод с английского Ю.И. Манина.- 2-е изд., стер.- Санкт-Петербург: Лань, 2005.- 400 с.
3. Ильин, В.А. Линейная алгебра: учебник для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика". - Изд. 5-е, стер.- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002.- 317
4. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Ч. 1. Основы алгебры: учебник для студентов университетов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика".- Изд. 2-е, испр.- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004.- 271
5. Виноградов, И.М. Основы теории чисел: учебное пособие.- Изд. 11-е.- Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2006.- 176 с.
6. Бухштаб, А.А. Теория чисел: учебное пособие.- 3-е изд., стереотип.- Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2008.- 384 с.

Геометрия

1. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.
2. Уравнение прямой на плоскости, заданной различными способами. Взаимное расположение двух прямых. Угол между двумя прямыми.
3. Преобразование координат при переходе от одной декартовой системы координат к другой.
4. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.
5. Эллипс, гипербола и парабола и их свойства.
6. Классификация линий второго порядка.

7. Уравнение плоскости, заданной различными способами. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
8. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми, прямой и плоскостью.
9. Эллипсоиды, гиперболоиды и параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
10. Поверхности вращения. Цилиндрические и конические поверхности.
11. Определение элементарной кривой. Способы задания кривой. Длина кривой (определение и вычисление).
12. Кривизна и кручение кривой.
13. Сопровождающий репер гладкой кривой. Формулы Френе.
14. Первая квадратичная форма гладкой поверхности и ее применения.
15. Вторая квадратичная форма гладкой поверхности, нормальная кривизна поверхности.
16. Главные направления и главные кривизны поверхности.
17. Линии кривизны и асимптотические линии поверхности.
18. Средняя и гауссова кривизна поверхности.
19. Топологическое пространство. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. Примеры.
20. Эйлерова характеристика многообразия. Примеры.

Литература

1. Немченко, К.Э. Аналитическая геометрия: учебное пособие.- Москва: Эксмо, 2007.- 349 с.
2. Дубровин, Б.А. Современная геометрия: методы и приложения. Т. 1, 2. Геометрия и топология многообразий.- 5-е изд. испр.- Москва: Эдиториал УРСС, 2001.- 296 с.
3. Жафяров, А.Ж. Геометрия. В 2 ч. учебное пособие.- 2-е изд.- Новосибирск: Сибирское университетское издательство, 2003.- 267с.
4. Ефимов, Н.В. Краткий курс аналитической геометрии: учебник для студентов высших учебных заведений.- 13-е изд.- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006.- 239 с.
5. Тайманов, И.А. Лекции по дифференциальной геометрии.- Москва; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.- 176 с.
6. Атанасян Л.С., Базырев В.Т. Геометрия, ч. 1,2. – Москва: Кнорус, 2011. – 450 с.
7. Рашефский П.С. Курс дифференциальной геометрии. – Москва: Наука, 2014. – 230 с.

Теория и методика обучения математике

1. Содержание обучения математике в средней школе.
2. Дидактические принципы обучения математике.
3. Методы научного познания.
4. Наглядность при обучении математике.
5. Формы, способы и средства контроля и оценки знаний и умений учащихся. Нормы отметок.
6. Внеклассная работа по математике.
7. Математические понятия и методика их формирования.
8. Задачи как средство обучения математике.
9. Углубленное изучение математики: содержание, приемы и формы организации обучения.
10. Виды математических суждений: аксиома, постулат, теорема.

11. Конспект урока по математике.
12. Урок математики. Виды уроков. Анализ урока.
13. Изучение математики в малокомплектной школе: содержание, приемы и формы организации обучения.
14. Новые технологии обучения.
15. Дифференциация обучения математике.
16. Индивидуализация обучения математике.
17. Мотивация учебной деятельности школьников.
18. Логико-дидактический анализ темы.
19. Технологический подход обучения математике
20. Гуманизация и гуманитаризация обучения математике.
21. Воспитание в процессе обучения математике.
22. Методика изучения тождественных преобразований.
23. Методика изучения неравенств.
24. Методика изучения функции.
25. Методика изучения темы «Уравнения и неравенства с модулем».
26. Методика изучения темы «Декартовы координаты».
27. Методика изучения многогранников и круглых тел.
28. Методика изучения темы «Векторы».
29. Методика решения задач на движение.
30. Методика решения задач на совместную работу.
31. Методика изучения темы «Треугольники»
32. Методика изучения темы «Окружность и круг».
33. Методика решения задач на сплавы и смеси.
34. Методика изучения темы «Производная и интеграл».
35. Методика изучения темы «Иррациональные уравнения и неравенства».
36. Методика изучения темы «Решение уравнений и неравенств с параметрами».
37. Методика изучения основных понятий тригонометрии.
38. Методика изучения темы «Тригонометрические уравнения»
39. Методика изучения темы «Тригонометрические неравенства».
40. Методика изучения темы «Обратные тригонометрические функции».
41. Методика изучения темы «Общие методы решения уравнений в школьном курсе математики».
42. Методика изучения темы «Квадратные уравнения».
43. Методика изучения основных понятий стереометрии
44. Методика изучения темы «Обыкновенные дроби».
45. Методика изучения темы «Использование производной в исследование функций»

Литература

1. Аргунов, Б.И. Школьный курс математики и методика его преподавания.- Москва: Просвещение, 1972.- 198 с.
2. Земляков, А.Н. Геометрия в 11-кл.:методические рекомендации к учеб. А.В.Погорелова: пособие для учителя.- 3-е изд., дор.- М.: Просвещение, 2003.- 272с.
3. Изучение алгебры в 7-9 классах: книга для учителя / Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров, М.В.Ткачева и др.- 2-е изд.- М.: Просвещение, 2004.- 287с.
4. Латышев, Л.К. Перевод: теория, практика и методика преподавания: учебник.- 3-е изд., стер.- Москва: Академия, 2007.- 190 с.
5. Методика и технология обучения математике: курс лекций: учебное пособие для студентов математических факультетов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 540200 (050200) физико- математическое образование.- Москва: Дрофа, 2005.- 415 с.

6. Рогановский, Н.М. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие.- Минск: Вышэйшая школа, 1990.- 266 с.